Příklady - Základní optické pojmy a zákony.

1. Vlnová délka spektrální čáry vodíku H_ε ve vakuu je $397,0$ nm. Jaká je její vlnová délka ve vodě?

   ešení:

   Chceme odvodit vztah pro výpočet vlnových délek světla pro dvě různá prostředí, vyjdeme z toho, že frekvence f je v obou prostředích stejná. Frekvenci si vyjádříme pomocí rychlosti šíření světla v. Využijeme vztah:

   $$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda_1} \tag{1}$$

   kde f je frekvence světla, $v_1 = c$ je rychlost světla ve vakuu a λ_1 je vlnová délka ve vakuu. Jestliže máme paprsek se stejnou frekvencí v jiném prostředí,vztah bude vypadat:

   $$f = \frac{v_2}{\lambda_2} \tag{2}$$

   kde v_2 je rychlost světla ve vodě a λ_2 je vlnová délka světla ve vodě. Frekvence musí být stejné, předchozí vztahy se musí rovnat:

   $$\frac{c}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2}{c}\lambda_1 = \frac{\lambda_1}{c} \tag{3}$$

   Index lomu vody je $n = 1,33$. Tuto hodnotu vezmeme a dosadíme do poslední rovnice a vypočítáme hodnotu vlnové délky ve vodě.

   Vlnová délka spektrální čáry ve vodě je přibližně $\lambda = 298,5$nm.

2. Diamantová destička je osvětlena zeleným světlem o frekvenci $0,545 \times 10^{15}$ Hz. Určete vlnovou délku tohoto zeleného světla ve vakuu.

   ešení: Základní vztah mezi rychlostí světla, vlnovou délkou a periodou (frekvencí) je:

   $$\lambda = \frac{v}{f} \tag{4}$$

   Teď můžeme dosadit hodnoty ze zadání a spočítat vlnovou délku λ zeleného světla ve vakuu. Za v dosadíme c , protože ve vakuu se světlo šíří rychlostí světla a dostáváme hodnotu: $5,5 \times 10^{-7}$ m.

3. áp stojí ve vodě tak, že celé jeho nohy o délce 68 cm jsou v ní ponořené. Jak dlouhý stín vrhají jeho nohy na dno jezera, jestliže index lomu vody je $1,33$ a sluneční paprsky dopadají na vodní hladinu pod úhlem $58°$ (úhel od kolmice)?

   ešení: Stín vzniká v místě, kam nedopadne světlo, bude nám stačit podívat se na délku stínu jen u jedné nohy. Ze zadání víme, že sluneční paprsky dopadají k hladině vody pod úhlem $58°$. Když čáp bude stát na souši, tak sluneční paprsky budou dopadat k zemi pod úhlem $58°$. Stín bude začínat nohy a končit bude v místě, na které dopadne první paprsek světla (pro lepší orientaci označíme úhel dopadu α, délku hohy h a délku stínu nohy d).

   $$\tan\alpha = \frac{d}{h} \rightarrow d = h\tan\alpha \tag{5}$$

Délka stínu čápa na souši je: $108,8\,\mathrm{cm}$. Jak se změní situace, kdy dáme čápa do vody? Po dopadu paprsku na hladinu vody se jedna jeho část bude lámat pod úhlem β a druhá část se bude odrážet pod úhlem α. Pro výpočet se budeme zabývat pouze lomenou částí paprsku, budeme potřebovat Snellův zákon:

$$\frac{sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n}{n_0} \rightarrow \sin\beta = \frac{n_0 sin\alpha}{n} \tag{6}$$

Podobně jako na souši, začátek stínu bude u nohy a konec stínu bude v místě, na které dopadne první paprsek světla, platí že:

$$sin\beta = \frac{d}{\sqrt{d^2+h^2}} \tag{7}$$

Po dosazení do vztahu výše dostáváme:

$$\frac{n_0 \sin\alpha}{n} = \frac{d}{\sqrt{d^2+h^2}} \tag{8}$$

Odkud postupnými úpravami musíme dostat vztah pro d:

$$d = \frac{h n_0 \sin\alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2\alpha}} \tag{9}$$

Hodnota indexu lomu vzduchu $n_0 = 1,00$, po dosazení dostáváme: $d = 0,57\,\mathrm{m} = 57\,\mathrm{cm}$. To znamená, že stín na souši je přibližně $1,9$ krat delší než ve vodě.

4. Štika se v hloubce $2,75\,\mathrm{m}$ dívá směrem k hladině. Na jak velké ploše klidné hladiny vidí oblohu? Je možné, aby viděla dravého ptáka, který je od jejího oka horzintálně vzdálen $5\,\mathrm{m}$?

   ešení:

   Štika v tomto příkladu při pohledu vzhůru bude vidět kruhovou oblohu nad sebou o poloměru r,s plochou: $S = \pi r^2$. Na plochu na hladině dopadají z oblohy paprsky, které se pak lámou do oka ryby a díky nim vidí ryba oblohu, paprsek nemůže dopadat na hladinu pod větším úhlem než je 90°. Paprsky, které se lámou pod úhlem α, označíme poloměr plochy r a vzdálenost oka ryby od hladiny h. Ze Snellova zákona odvodíme vztah pro úhel lomu α:

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin\alpha} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \sin\alpha = \frac{n_1}{n_2} \tag{10}$$

   dále platí, že:

$$\sin\alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}} \tag{11}$$

   Tyto dva vztahy dáme do rovnosti a úpravami dostáváme vztah pro poloměr:

$$r = \frac{h n_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}} \tag{12}$$

   dosadíme do vztahu pro výpočet plochy a dostáváme:

$$S = \pi \frac{h^2 n_1^2}{n_2^2 - n_1^2} \tag{13}$$

   Pro výpočet použijeme: $n_1 = 1,00$ (index lomu ve vzduchu), $n_2 = 1,33$ (index lomu ve vodě), $\pi = 3,14$. Po dosazení hodnot jsme dostali: $S = 30,88\,\mathrm{m}^2$, $r = 3,14\,\mathrm{m}$ a tedy štika dravého ptáka neuvidí.

5. Představme si tutéž rybu z příkladu č. 4, klidně si plave ve vodě, ale jak čas plyne, tak se mění roční období a hladina vody zamrzne do hloubky 55 cm. Na hladinu se dostane hladový medvěd a dívá se na rybu. V jaké hloubce medvěd vidí rybu, uvažujeme-li, že se ryba stále nachází v hloubce $2,75\,\mathrm{m}$ od povrchu? (Předpokládáme, že se medvěd dívá na rybu shora).

6. Paprsek světla dopadá horizontálně na optický hranol, jehož index lomu je $n = 1,55$ a jeho lámavý úhel je 4°. Následně paprsek prochází skrz tento hranol a dopadá na zrcadlo, které je ve vertikální poloze. O jak velký úhel, je třeba pootočit toto vertikálně položené zrcadlo tak, aby se paprsek znovu začal šířit horizontálně?

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

SLEZSKÁ UNIVERZITA
FYZIKÁLNÍ ÚSTAV V OPAVĚ