

## Příklady - Základní optické pojmy a zákony.

1. Vlnová délka spektrální čáry vodíku  $H_{\epsilon}$  ve vakuu je 397,0nm. Jaká je její vlnová délka ve vodě?

*ešení:*

Chceme odvodit vztah pro výpočet vlnových délek světla pro dvě různá prostředí, vyjdeme z toho, že frekvence  $f$  je v obou prostředích stejná. Frekvenci si vyjádříme pomocí rychlosti šíření světla  $v$ . Využijeme vztah:

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda_1} \quad (1)$$

kde  $f$  je frekvence světla,  $v_1 = c$  je rychlost světla ve vakuu a  $\lambda_1$  je vlnová délka ve vakuu. Jestliže máme paprsek se stejnou frekvencí v jiném prostředí, vztah bude vypadat:

$$f = \frac{v_2}{\lambda_2} \quad (2)$$

kde  $v_2$  je rychlost světla ve vodě a  $\lambda_2$  je vlnová délka světla ve vodě. Frekvence musí být stejné, předchozí vztahy se musí rovnat:

$$\frac{c}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2}{c} \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{n} \quad (3)$$

Index lomu vody je  $n = 1,33$ . Tuto hodnotu vezmeme a dosadíme do poslední rovnice a vypočítáme hodnotu vlnové délky ve vodě.

Vlnová délka spektrální čáry ve vodě je přibližně  $\lambda = 298,5\text{nm}$ .

2. Diamantová destička je osvětlena zeleným světlem o frekvenci  $0,545 \times 10^{15}\text{Hz}$ . Určete vlnovou délku tohoto zeleného světla ve vakuu.

*ešení:* Základní vztah mezi rychlostí světla, vlnovou délkou a periodou (frekvencí) je:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (4)$$

Teď můžeme dosadit hodnoty ze zadání a spočítat vlnovou délku  $\lambda$  zeleného světla ve vakuu. Za  $v$  dosadíme  $c$ , protože ve vakuu se světlo šíří rychlostí světla a dostáváme hodnotu:  $5,5 \times 10^{-7}\text{m}$ .

3. Čáp stojí ve vodě tak, že celé jeho nohy o délce 68cm jsou v ní ponořené. Jak dlouhý stín vrhají jeho nohy na dno jezera, jestliže index lomu vody je 1,33 a sluneční paprsky dopadají na vodní hladinu pod úhlem  $58^\circ$  (úhel od kolmice)?

*ešení:* Stín vzniká v místě, kam nedopadne světlo, bude nám stačit podívat se na délku stínu jen u jedné nohy. Ze zadání víme, že sluneční paprsky dopadají k hladině vody pod úhlem  $58^\circ$ . Když čáp bude stát na souši, tak sluneční paprsky budou dopadat k zemi pod úhlem  $58^\circ$ . Stín bude začínat nohy a končit bude v místě, na které dopadne první paprsek světla (pro lepší orientaci označíme úhel dopadu  $\alpha$ , délku hohy  $h$  a délku stínu nohy  $d$ ).

$$\tan \alpha = \frac{d}{h} \rightarrow d = h \tan \alpha \quad (5)$$

Délka stínu čápa na souši je: 108,8 cm. Jak se změní situace, kdy dáme čápa do vody? Po dopadu paprsku na hladinu vody se jedna jeho část bude lámat pod úhlem  $\beta$  a druhá část se bude odrážet pod úhlem  $\alpha$ . Pro výpočet se budeme zabývat pouze lomenou částí paprsku, budeme potřebovat Snellův zákon:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_0} \rightarrow \sin \beta = \frac{n_0 \sin \alpha}{n} \quad (6)$$

Podobně jako na souši, začátek stínu bude u nohy a konec stínu bude v místě, na které dopadne první paprsek světla, platí že:

$$\sin \beta = \frac{d}{\sqrt{d^2 + h^2}} \quad (7)$$

Po dosazení do vztahu výše dostáváme:

$$\frac{n_0 \sin \alpha}{n} = \frac{d}{\sqrt{d^2 + h^2}} \quad (8)$$

Odkud postupnými úpravami musíme dostat vztah pro  $d$ :

$$d = \frac{hn_0 \sin \alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha}} \quad (9)$$

Hodnota indexu lomu vzduchu  $n_0 = 1,00$ , po dosazení dostáváme:  $d = 0,57 \text{ m} = 57 \text{ cm}$ . To znamená, že stín na souši je přibližně 1,9 krat delší než ve vodě.

4. Štika se v hloubce 2,75 m dívá směrem k hladině. Na jak velké ploše klidné hladiny vidí oblohu? Je možné, aby viděla dravého ptáka, který je od jejího oka horizontálně vzdálen 5 m?

*ešení:*

Štika v tomto příkladu při pohledu vzhůru bude vidět kruhovou oblohu nad sebou o poloměru  $r$ , plochou:  $S = \pi r^2$ . Na plochu na hladině dopadají z oblohy paprsky, které se pak lámou do oka ryby a díky nim vidí ryba oblohu, paprsek nemůže dopadat na hladinu pod větším úhlem než je  $90^\circ$ . Paprsky, které se lámou pod úhlem  $\alpha$ , označíme poloměr plochy  $r$  a vzdálenost oka ryby od hladiny  $h$ . Ze Snellova zákona odvodíme vztah pro úhel lomu  $\alpha$ :

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \alpha} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \sin \alpha = \frac{n_1}{n_2} \quad (10)$$

dále platí, že:

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \quad (11)$$

Tyto dva vztahy dáme do rovnosti a úpravami dostáváme vztah pro poloměr:

$$r = \frac{hn_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}} \quad (12)$$

dosadíme do vztahu pro výpočet plochy a dostáváme:

$$S = \pi \frac{h^2 n_1^2}{n_2^2 - n_1^2} \quad (13)$$

Pro výpočet použijeme:  $n_1 = 1,00$  (index lomu ve vzduchu),  $n_2 = 1,33$  (index lomu ve vodě),  $\pi = 3,14$ . Po dosazení hodnot jsme dostali:  $S = 30,88 \text{ m}^2$ ,  $r = 3,14 \text{ m}$  a tedy štika dravého ptáka nevidí.

5. Představme si tutěz rybu z příkladu č. 4, klidně si plave ve vodě, ale jak čas plyne, tak se mění roční období a hladina vody zamrzne do hloubky 55 cm. Na hladinu se dostane hladový medvěd a dívá se na rybu. V jaké hloubce medvěd vidí rybu, uvažujme-li, že se ryba stále nachází v hloubce 2,75 m od povrchu? (Předpokládáme, že se medvěd dívá na rybu shora).
6. Paprsek světla dopadá horizontálně na optický hranol, jehož index lomu je  $n = 1,55$  a jeho lámavý úhel je  $4^\circ$ . Následně paprsek prochází skrz tento hranol a dopadá na zrcadlo, které je ve vertikální poloze. O jak velký úhel, je třeba pootočit toto vertikálně položené zrcadlo tak, aby se paprsek znovu začal šířit horizontálně?



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
FYZIKÁLNÍ ÚSTAV  
V OPAVĚ

Podpořeno projektem EU OP VVV - Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání  
Zvýšení kvality vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě ve vazbě na potřeby Moravskoslezského kraje  
CZ.02.2.69/0.0/0.0/18\_058/0010238